

Examen Final (90')

Questions de cours (1.75pts): classer ces paramètres selon leurs natures :

Paramètre	moyenne	variance	Ecart-type	mode	médiane	Premier quartile	Coefficient de variation
Position							
Dispersion							

Exercice 1 (7pts):

50 ménages ont été soumis à une enquête. Pour chacun d'entre eux, on a noté le nombre d'enfants ayant obtenus le baccalauréat. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4
n_i	?	13	?	8	?
N_i^*	9	?	37	?	?

- 1) Déterminer la population statistique, la variable statistique et préciser sa nature. (0.25ptsx3)
- 2) Compléter le tableau statistique. (1.5pts)
- 3) Tracer le diagramme en bâtons des effectifs. (1pts)
- 4) Déterminer le mode. (0.25pts)
- 5) Calculer la médiane. (1.25pts)
- 6) Calculer la moyenne, la variance et déduire la valeur de l'écart type. (0.75pts+0.75pts+0.75pts)

Exercice 2 (8.5pts):

Le tableau suivant donne la moyenne Y des maxima de tension artérielle en fonction de l'âge X.

Age X	36	42	48	54	60	66	70
Tension Y	12	13	13.6	14.3	15.4	15.8	16

- 1) Donner l'équation de la droite de régression de Y en X. (a et b seront arrondis à 0.01 près) (5pts)
- 2) Quelle serait la tension théorique d'une personne de 75 ans. (arrondir le résultat à 0.1 près) (0.5pts)
- 3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y. (3pts)

On donne $\sum x_i^2 = 21136$, $\sum y_i^2 = 1445,25$, $\sum x_i y_i = 5489.8$.

Exercice 3 (2.75pts):

Dans tout l'exercice, on suppose qu'il n'y a pas de répétition.

- 1) Combien de nombres de 3 chiffres peut-on former à l'aide des 7 chiffres 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9 ? (1.25pts)
- 2) Combien de ces nombres sont inférieures à 500 ? (0.5pts)
- 3) Combien sont pairs ? (0.5pts)
- 4) Combien sont impairs ? (0.5pts)

Corrigé type d'examen Preba/stat

Questions de Cours: (1,75 Pt) (chaque paramètre sur 0,25 Pt)

Paramètre	moyenne	Variance	Ecart type	mode	médiane	Premier quartile	Coefficient de variabilité
Position	X			X	X	X	
dispersion		X	X				X

Exercice 1: (7 Pt)

- la population statistique: 50 ménages. (0,25 Pt)
 - la variable statistique: le nombre d'enfants ayant obtenus le Bac (0,25 Pt)
 - nature: quantitative discrète. (0,25 Pt)
- compléter le tableau: (1,5 Pt) (0,25 Pt pour chaque donnée)

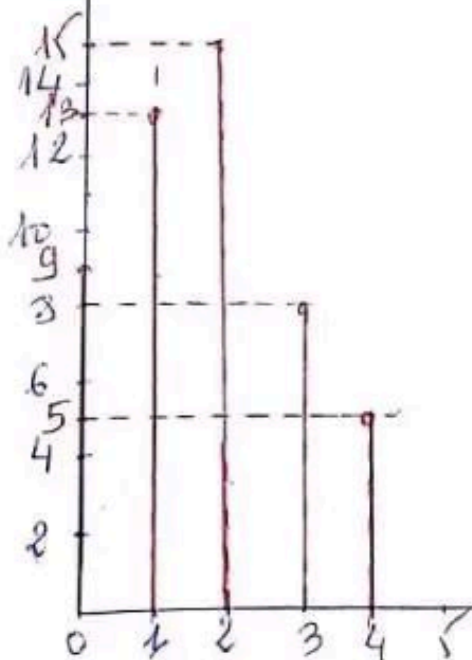
x_i	0	1	2	3	4	Total
n_i	9	13	37	8	50-45=5	$N=50$
N_i	9	22	37	45	50	

③ le diagramme en bâtons des effectifs:

$n_i \uparrow$

1 cm \rightarrow 1 Pour x_i

1 cm \rightarrow 2 Pour n_i



(1 Pt)

le diagramme en bâtons des effectifs

④ Déterminer le mode: $M_0 = 2$ (il correspond au plus grand effectif $n_i = 15$).

⑤ Calculons la médiane:

$$N = 50 \text{ est pair} \Rightarrow M_e = \frac{x_{(\frac{N}{2})} + x_{(\frac{N}{2}+1)}}{2} = \frac{x_{25} + x_{26}}{2} \\ = \frac{2 + 2}{2} \\ \boxed{M_e = 2}$$

⑥ - Calculons la moyenne:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_i n_i x_i = \frac{1}{50} (0 \times 9 + 1 \times 13 + 2 \times 15 + 3 \times 8 + 4 \times 5) \\ = \frac{1}{50} (0 + 13 + 30 + 24 + 20) \\ \boxed{\bar{X} = 1,74}$$

- la variance:

$$V(\bar{X}) = \left(\frac{1}{N} \sum_i n_i x_i^2 \right) - (\bar{X})^2 \\ = \left(\frac{1}{50} (9 \times 0^2 + 13 \times 1^2 + 15 \times 2^2 + 8 \times 3^2 + 5 \times 4^2) \right) - (1,74)^2 \\ = \frac{1}{50} (0 + 13 + 60 + 72 + 80) - (1,74)^2$$

$$\boxed{V(\bar{X}) = 1,47}$$

$$\sigma(\bar{X}) = \sqrt{V(\bar{X})} = \sqrt{1,47} = 1,21$$

Exercice 2 (08, Pls)

① Donner l'équation de la droite de régression de y en x :

$$D_{y|x} : y = ax + b \quad \text{avec} \quad a = \frac{\text{Cov}(x,y)}{V(x)} \quad (0,25)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \quad (0,25)$$

$$\text{où } \text{Cov}(x,y) = \left(\frac{1}{N} \sum x_i y_i \right) - (\bar{x} \bar{y}) \quad (0,25)$$

$$V(x) = \left(\frac{1}{N} \sum x_i^2 \right) - (\bar{x})^2 \quad (0,25)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i = \frac{1}{7} (36 + 42 + 48 + 54 + 60 + 66 + 70) \quad (0,25)$$

$$= \frac{1}{7} (376) =$$

$$\boxed{\bar{x} = 53,71} \quad (0,25)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum y_i = \frac{1}{7} (12 + 13 + 13,6 + 14,3 + 15,4 + 15,8 + 16) \quad (0,25)$$

$$= \frac{1}{7} (100,1) =$$

$$\boxed{\bar{y} = 14,3} \quad (0,25)$$

$$V(x) = \left[\frac{1}{7} (36^2 + 42^2 + 48^2 + 54^2 + 60^2 + 66^2 + 70^2) \right] - (53,71)^2 \quad (0,25)$$

$$\boxed{V(x) = 134,66} \quad (0,25)$$

$$\text{Cov}(x,y) = \left[\frac{1}{7} (36 \times 12 + 42 \times 13 + 48 \times 13,6 + 54 \times 14,3 + 60 \times 15,4 + 66 \times 15,8 + 70 \times 16) \right] -$$

$$\boxed{\text{Cov}(x,y) = 16,19} \quad (0,25)$$

$$a = \frac{\text{Cov}(x,y)}{V(x)} = \frac{16,19}{134,66} = 0,12 \quad (0,25)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 14,3 - (0,12 \times 53,71) \quad (0,25)$$

$$\boxed{b = 7,85} \quad (0,25)$$

$$\boxed{D_{y|x} : y = 0,12x + 7,85} \quad (0,25)$$

② Pour $X=75$, $y = 0,12 \times 75 + 7,85$ (0,25)
 $= 16,85$ C
 $y = 16,9$ (0,25)

③ Calculons le coefficient de corrélation linéaire :

$$r = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma(X) \sigma(Y)} \quad (0,25)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{134,66} = 11,6. \quad (0,25) + (0,25) + (0,25)$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} \text{ avec } V(Y) = \left(\frac{1}{N} \sum y_i^2 \right) - (\bar{Y})^2 \quad (0,25)$$

$$= \frac{1}{7} (12^2 + 13^2 + 13,6^2 + 14,3^2 + 15,4^2 + 15,8^2 + 16^2) - (14,3)^2 \quad (0,25)$$

$$V(Y) = 1,97 \quad (0,25)$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{1,97} = 1,4. \quad (0,25) + (0,25)$$

$$\text{Donc } r = \frac{16,19}{11,6 \times 1,4} = 0,99 \quad (0,25) + (0,25)$$

$$r = 0,99 \quad -1 \leq r \leq 1$$

Exercice 3: (2,75 Pts)

① $7 \times 6 \times 5 = 210$ nombres de 3 chiffres. (1,25 Pts)

② $3 \times 6 \times 5 = 90$ nombres < 500. (0,5 Pts)

③ $6 \times 5 \times 4 = 120$ nombres pairs. (0,5 Pts)

④ $6 \times 5 \times 3 = 90$ nombres impairs. (0,5 Pts)